

Научная статья

Original article

УДК 631.1

DOI 10.55186/25876740_2023_7_1_12

**К ВОПРОСУ ПРИМЕНЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВАЛОВОГО РЕГИОНАЛЬНОГО ПРОДУКТА**

**ON THE QUESTION OF APPLICATION OF THE PRODUCTION
FUNCTION TO STUDY THE GROSS REGIONAL PRODUCT**



Валентин Николаевич Курочкин, доктор технических наук, профессор кафедры организации и технологий сервиса ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет». 344006, Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105. Тел. 8 (952) 6080077. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4692-4375>, E-mail: vnkurochkin@sfedu.ru

Назаренко Сергей Александрович, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры Индустрии питания и товарной экспертизы ФБГОУ ВО МГУТУ им. К.Г. Разумовского (ПКУ), 109004, город Москва, ул. Земляной Вал, д.73. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3236-3821>, E-mail: nsa1976s@yandex.ru

Щербак Наталья Александровна, кандидат технических наук, доцент кафедры Индустрии питания и товарной экспертизы ФБГОУ ВО МГУТУ им. К.Г. Разумовского (ПКУ), 109004, город Москва, ул. Земляной Вал, д.73. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-2345-6789>. E-mail: na-nasarenko@mail.ru

Valentin N. Kurochkin, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Organization and Technology of Service of the Southern Federal

University. 344006, Rostov-on-Don, B. Sadovaya str., 105. Tel. 8 (952) 6080077.
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4692-4375>, E-mail: vnkurochkin@sfedu.ru

Nazarenko Sergey Alexandrovich, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Food Industry and Commodity Expertise of the FSUE at the K.G. Razumovsky Moscow State Technical University (PKU), 109004, Moscow, ul. Zemlyanoi Val, 73. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3236-3821>, E-mail: nsa1976s@yandex.ru.

Shcherbak Natalia Alexandrovna, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Food Industry and Commodity Expertise, K.G. Razumovsky Moscow State Technical University (PKU), 109004, Moscow, ul. Zemlyanoy Val, 73. ORCID: [https://orcid.org / 0000-0001-2345-6789](https://orcid.org/0000-0001-2345-6789). E-mail: na-nasarenko@mail.ru

Аннотация. В статье рассмотрены актуальные вопросы применения производственных функций для исследования макроэкономических показателей региональной экономической системы на примере агропромышленного комплекса Ростовской области. В условиях санкций значимым может являться обоснование государственной аграрной политики, что возможно с применением производственных функций. Использование функций такого типа с указанной целью имеет богатую историю. Производственные функции для анализа макроэкономических показателей начали применяться в начале XX века. Ценность применения производственных функций определяется следующим. Они позволяют исследовать показатели региональной экономической системы по методу «чёрный ящик». На основе результатов анализа данной функции возможно формирование аграрной политики региона. Сформирована репрезентативная выборка факторов производства агропромышленного комплекса Ростовской области. Рассчитаны макроэкономические показатели рассматриваемой экономической системы. В результате исследований получена математическая модель агропромышленного комплекса

Ростовской области в виде производственной функции, уравнения для расчёта фондоотдачи, производительности труда и другие показатели.

Abstract. The article deals with topical issues of the application of production functions for the study of macroeconomic indicators of the regional economic system on the example of the agro-industrial complex of the Rostov region. In the conditions of sanctions, the justification of the state agrarian policy may be significant, which is possible with the use of production functions. The use of functions of this type for this purpose has a rich history. Production functions for the analysis of macroeconomic indicators began to be used at the beginning of the XX century. The value of the application of production functions is determined by the following. They allow us to study the indicators of the regional economic system using the "black box" method. Based on the results of the analysis of this function, it is possible to form the agrarian policy of the region. A representative sample of the factors of production of the agricultural and industrial complex of the Rostov region has been formed. The macroeconomic indicators of the considered economic system are calculated. As a result of the research, a mathematical model of the agricultural and industrial complex of the Rostov region was obtained in the form of a production function, an equation for calculating capital return, labor productivity and other indicators.

Ключевые слова: производственная функция, экономика, регион, система, агро-промышленный комплекс, факторы, результаты

Keywords: production function, economy, region, system, agricultural and industrial complex, factors, results

Введение. Основными производителями сельскохозяйственного сырья в Российской Федерации являются её южные регионы, среди которых существенную долю по валовому региональному продукту агро-промышленного комплекса (ВРП АПК) занимает Ростовская область. Производимое в этой области продовольствие закладывает основу продовольственной безопасности страны, поэтому актуальным вопросом

является исследование тенденций развития АПК ВРП Ростовской области. Среди различных методов исследования производства сельскохозяйственного сырья и продовольствия традиционным является исследование валового регионального продукта с применением производственной функции. В экономической теории его применение показало эффективность для анализа взаимодействия факторов производства и результатов хозяйственной деятельности, С начала XX века в рамках неоклассической экономической теории данный метод успешно применяется для моделирования производственных функций. Он получил название исследования с применением функции Кобба-Дугласа.

Известны успешные результаты исследований с применением данного метода, например, анализ обрабатывающих производств России: полученные результаты этого анализа с использованием функции Кобба-Дугласа «позволила получить целостное представление о взаимосвязях и параметрах факторного воздействия на отрасли промышленности». Практическая ценность функции – возможность применения анализа экономических систем с последующим использованием результатов такого анализа для формирования промышленной политики, для принятия управленческих решений и для выбора приоритетов развития экономической системы [1, с. 2362 - 2376].

В условиях санкций значимым может являться обоснование государственной аграрной политики, что возможно с применением производственных функций, по аналогии с промышленной политикой [2, с. 129]. Проблемы построения производственных функций для условий Российской Федерации рассмотрели В. А.Бессонов, [3, с. 5-89] и В. К. Горбунов [4, с. 8-74]. Известны результаты успешного применения производственной функции для анализа не только промышленного комплекса региона [5, с.187-200], но для анализа валового регионального продукта [6, с.187-200]. В то же время исследования валового регионального продукта Ростовской области методами производственных функций, в т. ч. Кобба-Дугласа, пока не выполнены.

Была поставлена цель: исследование тенденций развития валового регионального продукта АПК Ростовской области с применением производственной функции для выявления тенденций его макроэкономического развития.

Методика исследования была основана на применении производственных функций.

В качестве исходных данных была использована денежная оценка факторов производства и результатов их взаимодействия.

Теоретические и методические подходы.

Прежде всего, отметим, что моделирование экономических процессов возможно по двум направлениям. Во-первых, система может быть представлена как «чёрный ящик», имеющий вход, выход и функцию, переводящую входные воздействия в результат на выходе.

Во-вторых, система может быть представлена имитационной моделью, разработка которой является сложной задачей.

Остановились на модели «чёрного ящика», к которой относится производственная функция.

Рассматривая генезис подходов к исследованию проблем моделирования экономического роста регионов, можно отметить следующее. Развитие мануфактур в XIX вв. и технологий механизации производства, как промышленного, так и аграрного, привело к пониманию изучения вопросов экономической целесообразности замещения ручного труда машинным, а также к установлению границ такого замещения. Были выделены ключевые факторы производства: труд и капитал (овеществлённый труд). Зависимость между указанными факторами и результатом их взаимодействия была названа производственной функцией, которая является моделью экономической системы – типа «чёрный ящик». Производственная функция по факту – обобщённая математическая модель экономической системы, начиная от масштаба макроэкономических систем государств, и заканчивая экономическими объектами микроэкономики, представленными

хозяйственными обществами и их объединениями, а также товариществами, кооперативами и другими организациями, предприятиями как хозяйственными комплексами [7, с.30-36].

Впервые производственную функцию адаптировал для задач моделирования в рамках неоклассического анализа R. Wickseell (К. Вискелль): он высказал гипотезу о том, что валовый продукт есть результат взаимодействия капитала и труда, описывается произведением вышеуказанных факторов, причём каждый фактор имеет показатель степени, в общем виде [3, с. 9]

$$Y = f(K, L) \quad (1)$$

В представлении R. Wickseell

$$Y(K, L) = A (K^{\alpha}) (L^{\beta}) \quad (2)$$

Y – результирующий фактор; K – капитал; L – труд.

Приняв за результирующий фактор валовый региональный продукт (VRP), за капитал – основные средства O_c региона, и за труд – суммарный региональный фонд оплаты труда O_t , и подставив их в уравнение (1), получим производственную функцию для регионального продукта, в т. ч. регионального продукта АПК, с заменёнными переменными

$$VRP = A(O_c^{\alpha})(O_t^{\beta}) \quad (3)$$

Формула (3) – частный случай уравнения (2) для случая $\alpha + \beta = 1$, она носит имя первых её исследователей Ch. Cobb, P. Douglass: Кобба-Дугласа для анализа промышленного развития США (1928 г.) . Итак, частный случай функции (3) автора R. Wickseell (2) принято называть функцией Кобба–Дугласа, приоритет в разработке производственной функции принадлежит первому из названных авторов. Моделирование с применением функций (3) и (3) в научной литературе называют «высокой технологии экономического анализа» [3, с. 4-5].

Приняли следующие допущения:

- функция (3) непрерывна, имеет область определения в пространстве состояний VRP ;
- непрерывность функции предопределяет её дифференцируемость по факторам O_c и O_t ;
- VRP равен нулю в отсутствии одного из факторов производства;
- возможно замещение одного фактора другим, то есть живого труда овеществлённым, и наоборот;
- увеличение любого фактора производства приводит к росту VRP .

В этом случае эластичность выпуска по основным фондам E_o и по труду E_t математически выводится из уравнения Эйлера [3, с. 10], поэтому, при условии равенства суммы E_o и E_t некоторому параметру γ , эластичности факторов производства соответственно определяются по формулам

$$E_o = \frac{\partial \lg(VRP)}{\partial \lg O_c}, E_t = \frac{\partial \lg(VRP)}{\partial \lg O_t}. \quad (4)$$

Соотношение факторов производства $АПК$ региона и масштаба производства (учитывается коэффициентом масштабирования μ) является «средним продуктом масштаба производства», в данном случае развития $АПК$ региона [3, с. ...],

$$A(VRP)\mu = VRP[(\lambda O_c), (\lambda O_t)]/\mu. \quad (5)$$

Рост производства $АПК$ региона при изменении масштаба производства на один пункт («предельный продукт масштаба производства») определяют по известной формуле

$$M(VRP)\mu = \frac{d(VRP)(\mu O_c, \mu O_t)}{dt}. \quad (6)$$

Разделив выражение (5) на уравнение (6), получим коэффициент эластичности масштаба производства

$$E = A(VRP)\mu M(VRP)\mu / \gamma. \quad (7)$$

Методика исследований состояла из следующих этапов.

Сформировали репрезентативную выборку факторов O_c и O_t и соответствующих им значений VRP в виде таблицы из источника [8].

1. Взяли натуральные логарифмы значений O_c и O_t и VRP из сформированной таблицы.
2. Решили задачу оптимизации методом наименьших квадратов, воспользовавшись процессором электронных таблиц.
3. Нашли показатели степеней факторов производства методом наименьших квадратов, как рекомендовано в источнике [3]
4. Записали искомое уравнение (3) со значениями A , α , β .
5. Нашли значения показателей факторов эластичности по формулам (4), фактора масштаба производства (5), средней по региону фондоотдачи и производительности труда.

Для расчетов были использованы : программа в формате процессора электронных таблиц *Excel*; калькулятор он-лайн [12].

Исследовали и интерпретировали полученные результаты с точки зрения валового регионального продукта АПК.

Результаты исследований. По данным статистического наблюдения Ростовской области [8] построили таблицу 1.

Таблица 1 – Матрица данных для построения производственной функции

Период	VRP	O_c	O_t	$\lg(VRP)$	$\lg O_c$	$\lg O_t$
2007	79,7	27,5	18,9	4,38	3,31	2,94
2008	70,3	29,5	26,4	4,25	3,38	3,27
2009	65,0	33,6	28,9	4,17	3,51	3,36
2010	76,3	40,5	33,6	4,33	3,70	3,51
2011	89,6	51,8	40,5	4,50	3,95	3,70
2012	93,6	53,2	41,6	4,54	3,97	3,73
2013	96,4	54,6	53,2	4,57	4,00	3,97
2014	120,8	61,6	52,0	4,79	4,12	3,95
2015	158,0	64,9	59,0	5,06	4,17	4,08
2016	159,0	75,0	68,5	5,07	4,32	4,23
2017	150,0	84,0	69,3	5,01	4,43	4,24
2018	148,0	102,0	71,5	5,00	4,62	4,27
2019	175,6	100,4	76,1	5,17	4,61	4,33
2020	208,6	96,8	82,9	5,34	4,57	4,42
2021	221,4	100,2	91,9	5,40	4,61	4,52

В результате использования метода наименьших квадратов получили следующие значения $\alpha = 0,4958$; $\beta = 0,3307$; $A = 4,2962$. Производственная

функция развития аграрно-промышленного комплекса Ростовской области имеет следующий вид

$$VRP = 4,2962 * (Oc^{0,4958}) * (Ot^{0,3307}). \quad (5)$$

Расчётные и фактические данные адекватны друг другу, так как коэффициент $R^2 > 0,8$.

Обсуждение результатов. Степень однородности производственной функции $\gamma = 0.5 + 0.33 = 0.83$, то есть, при росте факторов производства n раз объем производства увеличится в $n*0.83$ раз. Такое его значение характерно для развивающейся экономики. Следовательно, аграрно-промышленный комплекс Ростовской области находится на стадии роста.

Фондоотдача (F_{otd}) и производительность труда (P_{tr}) в среднем по региону соответственно выражается уравнениями

$$F_{otd} = \frac{4,34,2962 * (Oc^{0,4958}) * (Ot^{0,3307})}{Oc}, \quad (7)$$

$$P_{tr} = \frac{4,2962 * (Oc^{0,4958}) * (Ot^{0,3307})}{Ot}. \quad (8)$$

Влияние масштаба производства

$$A(VRP)_{\mu} = \mu - 0,174 * Oc^{0,5} * Ot^{0,33}. \quad (9)$$

«Предельный» продукт масштаба производства

$$M(VRP)_{\mu} = -0,17 \mu^{-0,17} 4,3 * Oc^{0,5} * Ot^{0,33}. \quad (10)$$

Коэффициентом эластичности масштаба производства E равен 0.83

- он всегда равен степени однородности искомой функции (3).

Определили предельную норму замещения MLK факторов производства АПК региона

$$MOcOt = \beta * \frac{Oc}{\alpha * Ot} = \frac{0,33Oc}{0,5Ot}. \quad (11)$$

Для наших данных получаем искомое уравнение семейства изоклин (множество точек области определения производственной функции, для которых предельная норма замещения i -го фактора производства j -м постоянна) равно

$$K = 0,66Mot * Oc \cdot Ot. \quad (12)$$

Эластичность функции (5) по фондам равна $E_{OC} = \alpha = 0,5$; её эластичность по труду равна $E_{OT} = \beta = 0,33$. Отрасль АПК имеет интенсивный рост, так как эластичность выпуска по основным средствам (фондам) $\alpha > \beta$ - эластичности VPR по труду. Для сравнения: Алтайский край развивается по экстенсивной модели [6], так как для него характерны значения $\alpha < \beta$. Такая же ситуация наблюдается и в Китае [9, с.112]. Для АПК исследуемого региона характерно увеличение стоимости машин и оборудования (тракторов, комбайнов, сельскохозяйственной техники, что согласуется с результатами исследований РЭУ им. Г.В. Плеханова, а именно: «увеличение количества рабочих при неизменном числе машин и оборудования – просто абсурд» [10, с.108]. Возможность использования малых выборок для построения производственной функции в данном случае основана на исследованиях коллинеарности факторов [11, с. 89-93], на примере анализа с применением данного метода западных экономических систем [12, С. 826-839], поэтому адекватность полученных результатов не вызывает сомнения.

Выводы. В результате исследований получена математическая модель АПК Ростовской области по методу «чёрный ящик», в виде производственной функции $VPR = 4,2962 * (OC^{0,4958}) * (OT^{0,3307})$, а также формулы для расчёта фондоотдачи, производительности труда и другие макроэкономические показатели, позволяющие, в дальнейшем, выполнить прогноз развития АПК и, по его результатам, разработать рекомендации по повышению обоснованности аграрной политики региона. Прогноз является следующим направлением развития данной темы исследований.

Литература

1. Афанасьев, А.А. Использование производственной функции Кобба–Дугласа, построенной по панельным данным, при анализе обрабатывающих производств России // Креативная экономика. 2022. Т. 16. № 6. С. 2363–2380.
2. Афанасьев, А.А. Государственная промышленная политика как фактор

- устойчивого роста // Экономика: вчера, сегодня, завтра. 2021. № 9–1. с. 128–136.
3. Бессонов В. А. Проблемы построения производственных функций в российской переходной экономике // Научные труды Фонда «Институт экономической политики им. ЕТ Гайдара». 2002. №. 42. С. 5-89.
 4. Горбунов, В. К. Производственные функции: теория и построение : учебное пособие / В. К. Горбунов. – Ульяновск : УлГУ, 2013. – 84 с.
 5. Губарев, Р. В. и др. Применение производственной функции Кобба — Дугласа для анализа промышленного комплекса региона / Суворов Н. В., Ахунов Р. Р., Губарев Р. В., Дзюба Е. И., Файзуллин Ф. С. // Экономика региона. 2020. Т. 16, вып. 1. С. 187-200.
 6. Зиновьев А. Г., Кузьмин П. И. Использование производственной функции Кобба-Дугласа при оценке и анализе валового регионального продукта Алтайского края // Экономическое развитие региона: управление, инновации, подготовка кадров. Алтайский ГУ. 2021. №. 8. С. 125-130.
 7. Бондаренко, А. М., Курочкин, В.Н. Эффективность функционирования хозяйственных обществ и их объединений в АПК / А.М. Бондаренко, В. Н. Курочкин. – Зеленоград: ФГОУ ВПО АЧГАА, 2009. – 268 с.
 8. Ростовская область в цифрах 2020: Стат.сб. - Ростов-на-Дону: Ростовстат, 2007-2021. <https://rostov.gks.ru/>
 9. Розен Л. Г., Дацкунь Л., Домкин К. И. Применение производственной функции Кобба–Дугласа // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2011. №. 1. С. 109-113.
 10. Юсим В. Н., Филиппов В. С. Производственная функция Кобба-Дугласа и управление экономико-технологическим развитием // Вестник Российского экономического университета им. ГВ Плеханова. 2018. №. 2 (98). С. 105-114.
 11. Янковой В. А. Коллинеарность факторов при оценке параметров производственной функции Кобба-Дугласа // Академічний огляд. 2016. №. 1. С. 86–94.

12. Aigner D. J., Chu S. On estimating the industry production function //The American Economic Review. 1968. T. 58. №. 4. C. 826-839.
13. <https://axd.semestr.ru/econ/economy-manual.php>

References

1. Afanasyev, A.A. The use of the Cobb–Douglas production function, built on panel data, in the analysis of manufacturing industries in Russia // Creative Economy. 2022. Vol. 16. No. 6. pp. 2363-2380.
2. Afanasyev, A.A. State industrial policy as a factor of sustainable growth // Economy: yesterday, today, tomorrow. 2021. No. 9-1. p. 128-136.
3. Bessonov V. A. Problems of constructing production functions in the Russian transitional economy //Scientific works of the Foundation "Institute of Economic Policy named after ET Gaidara". 2002. No. 42. pp. 5-89.
4. Gorbunov, V. K. Production functions: theory and construction : textbook / V. K. Gorbunov. – Ulyanovsk : Ulsu, 2013. – 84 p.
5. Gubarev, R. V. et al. Application of the Cobb—Do-glass production function for the analysis of the industrial complex of the region / Suvorov N. V., Akhunov R. R., Gubarev R. V., Dzyuba E. I., Fayzullin F. S. // Economics of the region. 2020. Vol. 16, issue 1. pp. 187-200.
6. Zinoviev A. G., Kuzmin P. I. The use of the Cobb-Douglas production function in the assessment and analysis of the gross regional product of the Altai Territory // Economic development of the region: management, innovation, training. Altai GU. 2021. No. 8. pp. 125-130.
7. Bondarenko, A.M., Kurochkin, V.N. Efficiency of functioning of economic societies and their associations in the agro-industrial complex / A.M. Bondarenko, V. N. Kurochkin. – Zernograd: FGOU VPO ACHGAA, 2009. – 268 p
8. Rostov region in figures 2020: Stat.sat. - Rostov-on-Don: Rostovstat, 2007-2021. <https://rostov.gks.ru/>

9. Rosen L. G., Dajun L., Domkin K. I. Application of the Cobb–Douglas production function //Models, systems, networks in economics, technology, nature and society. 2011. No. 1. pp. 109-113.
10. Yusim V. N., Filippov V. S. Cobb-Douglas production function and management of economic and technological development //Bulletin of the Plekhanov Russian University of Economics. 2018. No. 2 (98). pp. 105-114.
11. Yankova V. A. Collinearity of factors in the estimation of parameters of the Cobb-Douglas production function //Academic look around. 2016. No. 1. pp. 86-94.
12. Aigner D. J., Chu S. On estimating the industry production function //The American Economic Review. 1968. Vol. 58. no. 4. pp. 826-839.
13. <https://axd.semestr.ru/econ/economy-manual.php>

© Курочкин В.Н., Назаренко С. А., Щербак Н. А., 2023 *International agricultural journal*, 2023, № 1, 146-158.

Для цитирования: Курочкин В.Н., Назаренко С. А., Щербак Н. А. К вопросу применения производственной функции для исследования валового регионального продукта АПК // *International agricultural journal*, 2023, № 1, 146-158.